DEVOIR DE CONTROLE N°3

Exercice 1 : (8 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(3,-2,2)$, B(3,1,5), $C(6,-2,-$) et $D(0,4,-1)$.

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle et donner une équation du plan (ABC).
2) Soit (P) le plan d'équation cartésienne $x+y+z-$ $=0$. Montrer que (P) est perpendiculaire à la droite (AB) en A.
3) Déterminer une équation cartésienne du plan (P') perpendiculaire à la droite (AC) et passant par le point A.
4) Démontrer que les plans (P) et (P') sont perpendiculaires et donner un système de représentations paramétriques de la droite d'intersection.
5) Soit le point $D(0,4,-1)$.
   a) Vérifier que A est le projeté orthogonal de D sur (ABC). En déduire le volume du tétraèdre $ABCD$.
   b) Montrer que $2x+2y-z-$ $=0$ est une équation du plan (BCD).
   c) Calculer la distance de A au plan (BCD). En déduire l'aire du triangle BCD.
   d) Montrer que $\widehat{BDC}=$ $\frac{}{4}$. En déduire la distance de B à la droite (CD).

Exercice 2 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos^4 x+2\cos^3 x+1$. On note $\mathcal{C}$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est $2\pi-$ périodique. En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $[0;$ $]$.
2) Dresser le tableau de variation de f puis construire la partie de $\mathcal{C}$ sur $[-2\pi;2\pi]$.
3) En déduire la construction de la courbe Γ de la fonction g définie sur $[-2\pi;2\pi]$ par : $g(x)=$ $-\cos^4 x-2\cos^3 x$.
4) Déterminer $\lim\limits_{x\to}\frac{f(x)-4}{x}$ et $\lim\limits_{x\to}\frac{f(x)-4}{x^2}$.

Exercice 3 : (7 points)

On considère la suite u définie par : $u_0=2$ et pour $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=\frac{3+u_n}{5-u_n}$.

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n $1\leqslant u_n\leqslant 2$.
   b) Montrer que u est décroissante.
2) a) Montrer que $u_{n+1}\leqslant\frac{2}{3}(u_n-1)$.
   b) En déduire que pour tout entier naturel n : $u_n-1\leqslant\left(\frac{2}{3}\right)^n$.
   c) Déterminer la limite de u.

www.web-techno.com/masmaths

3) On pose $v_n = \frac{3 - u_n}{u_n - 1}$

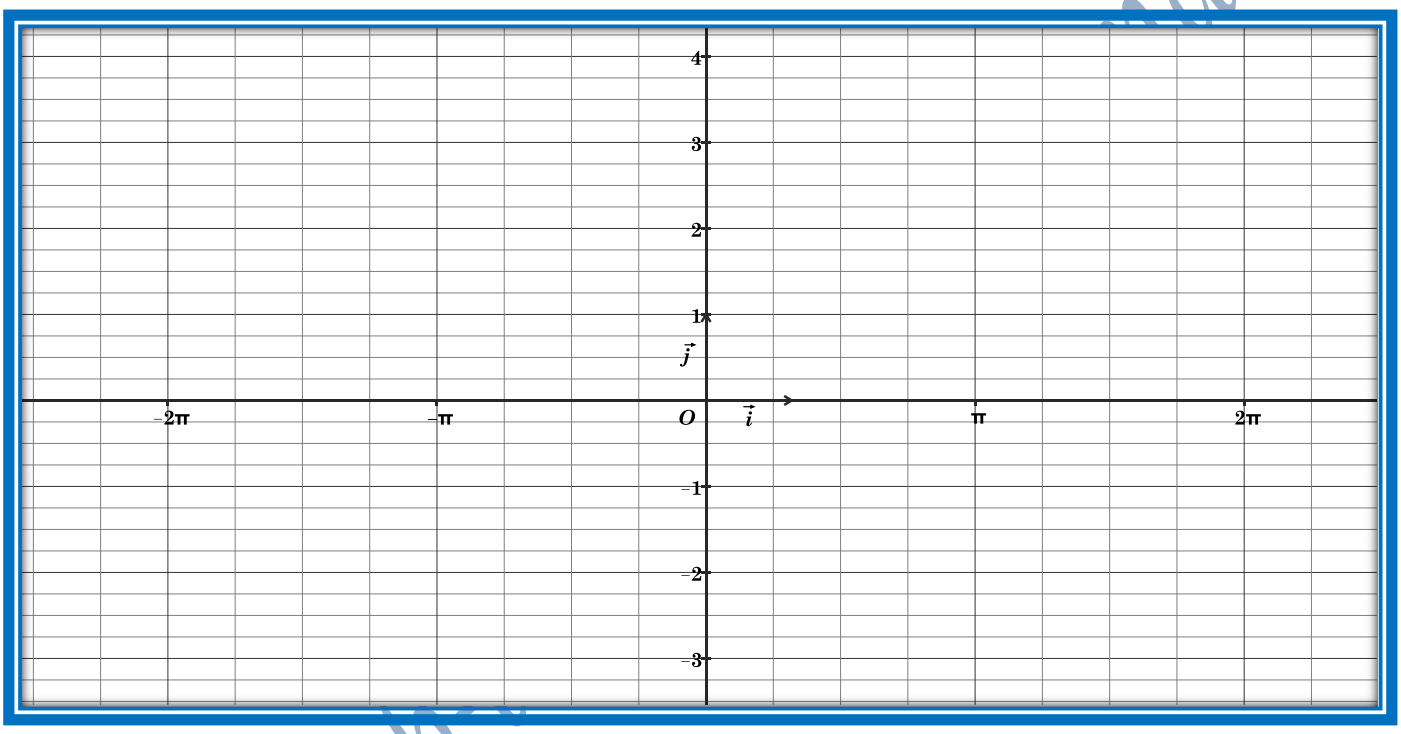
a) Montrer que v est une suite géométrique de raison 2.

b) Déterminer u_n en fonction de n puis retrouver la limite de u.

4) Pour tout entier naturel n on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{u_k - 1}$. Déterminer S_n en fonction de n

Ainsi que sa limite.

ANNEXE



www.web-maths
masmaths
Masmoudi Radhouane

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/pages/wwwtunisie-etudesinfo/257388010106



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail